

- (ग) मान लीजिए कि केले के उत्पादन हेतु इस्तेमाल किए जाने वाले उर्वरकों की कीमत में बदलाव होता है, जिसके परिणामस्वरूप केले के आपूर्ति वक्र (supply curve) में बदलाव होता है। केले का नया आपूर्ति वक्र $Q_s' = 80 + 2p$ दिया गया है। बाजार में अब कारोबार किए जाने वाले केलों का नया संतुलन मूल्य और मात्रा ज्ञात करें। नए संतुलन मूल्य और मात्रा की मूल संतुलन मूल्य और मात्रा से तुलना कीजिए।

[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 2586

I

Unique Paper Code : 2272201102

Name of the Paper : Basic Mathematics for
Economic Analysis

Name of the Course : B.A. (P) Economics Major
DSC-2

Semester : I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt any NINE questions in all.
3. Use of non-programmable scientific calculator is allowed.
4. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. किन्हीं नौ प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. गैर-प्रोग्रामिय वैज्ञानिक कैलकुलेटर उपयोग की अनुमति है।
4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

1. Answer the following questions :

(5+5)

(a) Find inverse of a matrix A : $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & 9 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

(b) Calculate the following limit :

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)(n+1)}{n^2+1}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x}$

The new supply curve of bananas is given as : $Q_s' = 80 + 2p$. Find the new equilibrium price and quantity of bananas now traded in the market. Compare the new equilibrium price and quantity as against the original equilibrium price and quantity. (10)

केले के ऐसे बाजार पर विचार कीजिए, जहां मांग और आपूर्ति वक्र (demand and supply curves) सीधी रेखाएं हैं। मांग फलन (demand function) इस प्रकार है कि जब केले की कीमत 200 रुपये प्रति किलोग्राम हो, तो मांग की मात्रा शून्य होती है। यद्यपि, जब कीमत 50 रुपये हो, तो केले की मांग की मात्रा 150 किलोग्राम होती है। इस बाजार का आपूर्ति फलन (supply function) इस प्रकार है कि जब केले की कीमत 200 रुपये हो, तो आपूर्ति की गई मात्रा 450 किलोग्राम होती है। यद्यपि, जब केले की कीमत 50 रुपये हो, तो केले की आपूर्ति की गई मात्रा 100 इकाई होती है। इस जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) इस बाजार में केले की मांग और आपूर्ति फलन ज्ञात कीजिए, जिसे P और Q के रूप में व्यक्त किया गया है, जहां P केले की कीमत है और Q केले की मात्रा है।

(ख) बाजार में कारोबार किए गए केले का संतुलन मूल्य (equilibrium price) और संतुलन मात्रा (equilibrium quantity) ज्ञात कीजिए।

(ख) $m \times n$ आयामों (dimensions) वाले मैट्रिक्स A पर विचार कीजिए। क्या $AA' = A'A$ हमेशा सत्य होगा? अपने उत्तर का औचित्य सिद्ध कीजिए।

10. Consider a market for bananas, where the demand and supply curves are straight lines. The demand function is such that when the price of bananas is Rs. 200 per kg, the quantity demanded is zero. However, when the price is Rs. 50, the quantity demanded for bananas is 150 Kg. The supply function of this market is such that when the price of bananas is Rs. 200, the quantity supplied is 450 Kg. However, when the price of bananas is Rs. 50, the quantity supplied of bananas is 100 units. Given this information, answer the following questions :

- Find demand and supply functions for bananas in this market expressed in terms of P and Q , where P is the price of bananas, and Q is the quantity of bananas.
- Find the equilibrium price and equilibrium quantity of bananas traded in the market.
- Suppose that the price of fertilizers used in the production of bananas changes, which results in a change in the supply curve of bananas.

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) मैट्रिक्स A का व्युत्क्रम (inverse) ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & 9 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(ख) निम्नलिखित सीमा (limit) की गणना कीजिए :

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)(n+1)}{n^2+1}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x}$$

2. Answer the following questions : (5+5)

(a) Lucy is offered the choice between the following options :

Option 1: receive Rs. 1000 today. Consider a discount rate of 10% per annum

Option 2: receive Rs. 1200 after one year. Consider a discount rate of 10% per annum

Option 3: receive Rs. 1200 after two years. Consider a discount rate of 10% per annum for the first year and 20% per annum for the second year.

Calculate the present discounted value of the three options. Which option Lucy should choose?

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ for the following function :

$$(2x^3 - 3y^2)^4 = 7.$$

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) लुसी को निम्नलिखित विकल्पों में से चयन करने का प्रस्ताव दिया गया है :

विकल्प 1 : अभी 1000 रुपये प्राप्त करें। छूट दर (discount rate) 10 प्रतिशत वार्षिक है।

विकल्प 2 : एक वर्ष बाद 1200 रुपये प्राप्त करें। छूट दर (discount rate) 10 प्रतिशत वार्षिक है।

विकल्प 3 : दो वर्ष बाद 1200 रुपये प्राप्त करें। पहले वर्ष के लिए छूट दर (discount rate) 10 प्रतिशत वार्षिक और दूसरे वर्ष के लिए 20 प्रतिशत वार्षिक है।

(iii) औसत लागत फलन और सीमांत लागत फलन के बीच संबंध की व्याख्या कीजिए और Q का वह मान ज्ञात कीजिए जो इस संबंध को स्पष्ट करता है।

(ख) 'a' के किस मान (value(s)) के लिए निम्नलिखित फलन सतत (continuous) है :

$$f(x) = \begin{cases} 3ax & \text{for } x < 5 \\ 2x^2 - 5 & \text{for } x \geq 5 \end{cases}$$

9. Answer the following questions : (7+3)

(a) Consider three matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}.$$

Find a matrix D such that $CD - AB = 0$.

(b) Consider a matrix A with dimensions $m \times n$. Will $AA' = A'A$ always hold true? Justify your answer.

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) तीन मैट्रिसेस :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$

पर विचार कीजिए। ऐसा मैट्रिक्स D ज्ञात कीजिए कि $CD - AB = 0$ हों।

- (i) Find the Average Cost function and Marginal Cost functions.
- (ii) Find the value of Q at which the slope of the average cost function is zero.
- (iii) Explain the relationship between average cost function and marginal cost functions. Find the values of Q that explain this relationship.

(b) For what value(s) of 'a' the following function is continuous:

$$f(x) = \begin{cases} 3ax & \text{for } x < 5 \\ 2x^2 - 5 & \text{for } x \geq 5 \end{cases}$$

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) किसी विनिर्माण कंपनी का लागत फलन $C = 0.1Q^3 - 3Q^2 + 60Q$ दिया गया है, जिसमें Q मात्रा है।

- (i) औसत लागत फलन (Average Cost function) और सीमांत (Marginal) लागत फलन ज्ञात कीजिए।
- (ii) Q का वह मान ज्ञात कीजिए जिस पर औसत लागत फलन की प्रवणता (slope) शून्य है।

दिये गये तीनों विकल्पों के वर्तमान बटा मूल्य (discounted value) की गणना कीजिए। लूसी को कौन से विकल्प का चयन करना चाहिए?

(ख) फलन $(2x^3 - 3y^2)^4 = 7$ के लिए $\frac{dy}{dx}$ और $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

3. Answer the following questions : (5+5)

(a) Consider a system of three equations in three unknown variables: X_1 , X_2 , and X_3 , given below. Write these equations in matrix form using the notation $AX=B$. Find the solutions for the unknown variables.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

(b) Consider a rule that assigns marks that each student scores in a subject to the number of hours they put in studying for the test per day. The rule is given by: $y = 5x - x^2 + 7$, where y is the marks that students score and x is the number of hours

they put in preparing for the test per day. Based on this information, answer the following questions:

- (i) What is the domain of this rule?
- (ii) For what values of x , y is an increasing function? For what values of x , y is a decreasing function?
- (iii) What conclusions can you draw on the relationship between the number of hours students spend studying for tests and the marks they score?

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (क) तीन अज्ञात चरों X_1 , X_2 और X_3 , में नीचे दिए गए तीन समीकरणों की एक प्रणाली पर विचार कीजिए। नीचे दिए गए हैं। इन समीकरणों को $AX=B$ संकेतन (notation) का प्रयोग करते हुए मैट्रिक्स रूप में लिखिए। अज्ञात चरों का हल ज्ञात कीजिए।

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$(ii) \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3^k} \right)$$

- (b) Find asymptotes of the following function :

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^3 - x}$$

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (क) निम्नलिखित श्रृंखलाओं का योग अभिसरित (converges) होता है या अपसरित (diverges) होता है, जाँच कीजिए :

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{5n^2 + 4} \right)$$

$$(ii) \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3^k} \right)$$

- (ख) फलन $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^3 - x}$ के अनंतस्पर्शी (asymptotes) मान ज्ञात कीजिए।

8. Answer the following questions : (7+3)

- (a) The cost function of a manufacturing company is given by $C = 0.1Q^3 - 3Q^2 + 60Q$ where Q is the quantity.

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) दो मैट्रिसेस $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, और $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & y & -2 \end{bmatrix}$, पर

विचार कीजिए। $(AB)' = B'A'$ और $C = (AB)' =$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 4 \\ -2 & z & -4 \\ -7 & -7 & -8 \end{bmatrix}, \text{ दिया गया हो तो मैट्रिक्स } A \text{ में } x \text{ का}$$

मान, मैट्रिक्स B में y का मान और मैट्रिक्स C में z का मान ज्ञात कीजिए।

(ख) टेलीविजन दर्शकों के एक सर्वेक्षण से पता चला कि 50 दर्शक फुटबॉल मैच देखते हैं, 40 दर्शक क्रिकेट मैच देखते हैं और 20 दर्शक दोनों प्रकार के मैच देखते हैं। सर्वेक्षण किए गए दर्शकों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए। साथ ही, (i) केवल फुटबॉल मैच और (ii) केवल क्रिकेट मैच देखने वाले दर्शकों की संख्या भी ज्ञात कीजिए।

7. Answer the following questions : (7+3)

(a) Examine if the sum of the following series converges or diverges :

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{5n^2+4} \right)$$

(ख) एक ऐसे नियम पर विचार कीजिए, जो प्रत्येक छात्र द्वारा किसी विषय में प्राप्त अंकों को उनके द्वारा प्रतिदिन परीक्षा की तैयारी हेतु किए गए अध्ययन के घंटों के आधार पर बांटता है। नियम : $y = 5x - x^2 + 7$, दिया गया है, जिसमें y छात्रों द्वारा प्राप्त अंक हैं और x परीक्षा की तैयारी हेतु उनके द्वारा प्रतिदिन लगाए गए घंटों की संख्या है। इस जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) इस नियम का क्षेत्राधिकार (domain) क्या है?

(ii) X के किन मानों के लिए y एक बढ़ता हुआ फलन (increasing function) है? x के किन मानों के लिए y एक घटता हुआ (decreasing function) फलन है?

(iii) छात्रों द्वारा परीक्षा की तैयारी में व्यतीत किए गए घंटों और उनके द्वारा प्राप्त अंकों के बीच के संबंध में आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

4. Answer the following questions : (5+5)

(a) Consider three vectors given by :

$$\vec{u} = (2, 3, 1); \vec{v} = (1, 0, 1); \vec{w} = (0, 3, -1).$$

(i) Are these three vectors linearly independent of each other?

- (ii) Identify which pairs of vectors are linearly independent of each other : u and v ; u and w ; v and w .

(b) Solve for x : $0 \leq |5x - 8| \leq 12$.

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) दिये गये तीन सदिशों :

$$\vec{u} = (2, 3, 1); \vec{v} = (1, 0, 1); \vec{w} = (0, 3, -1) \text{ पर विचार कीजिए।}$$

(i) क्या ये तीनों सदिश एक दूसरे से रैखिकतः स्वतंत्र (linearly independent) हैं?

(ii) सदिशों के कौन से जोड़े, u and v ; u और w ; v और w , एक दूसरे से रैखिकतः स्वतंत्र हैं, पहचान कीजिए।

(ख) $0 \leq |5x - 8| \leq 12$ हल करके x का मान ज्ञात कीजिए।

5. Answer the following questions : (5+5)

(a) Find the domain and range of the function :

$$f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$$

(b) Find the rank of Matrix A : $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & 3 & -7 \end{bmatrix}$.

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) फलन $f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$ का डोमेन (domain) और रेंज (range) ज्ञात कीजिए।

(ख) मैट्रिक्स A का रैंक ज्ञात कीजिए : $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & 3 & -7 \end{bmatrix}$

6. Answer the following questions : (5+5)

(a) Consider two matrices : $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ and

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & y & -2 \end{bmatrix}. \text{ Given that } (AB)' = B'A' \text{ and}$$

$$C = (AB)' = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 4 \\ -2 & z & -4 \\ -7 & -7 & -8 \end{bmatrix}, \text{ find the value of } x$$

in Matrix A , the value of y in Matrix B , and the value of z in Matrix C .

(b) A survey of television viewers revealed that 50 viewers watch football matches, 40 watch cricket matches and 20 watch both types of matches. Determine the total number of viewers surveyed. Also, find the number of viewers that watch (i) only football matches and (ii) only cricket matches.