

3123

20

(ii) दिखाएं कि मैट्रिक्स A वर्गसम है।

(iii) खंड (ii) में आपका उत्तर किस प्रकार मैट्रिक्स

$B = I - A$ के लिए परिवर्तित हो जाएगा?

(5000)

[This question paper contains 20 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 3123

D

Unique Paper Code : 2272201102

Name of the Paper : Basic Mathematics for
Economic Analysis

Name of the Course : B.A. (Prog.) ECONOMICS
(Major) DSC-2

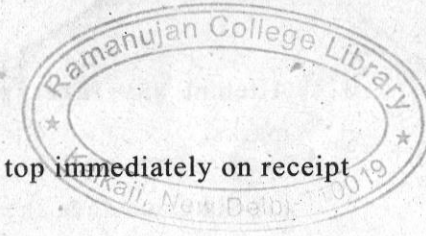
Scheme/Mode of Examinations: I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. All questions are compulsory.
3. The alternative questions for PWD students as specified separately within the question paper have to be attempted only by PWD students and not by other students.
4. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.



P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
3. पीडब्ल्यूडी छात्रों के लिए वैकल्पिक प्रश्न, जैसा कि प्रश्न पत्र में अलग से निर्दिष्ट किया गया है, केवल पीडब्ल्यूडी छात्रों द्वारा किया जाना चाहिए, अन्य छात्रों द्वारा नहीं।
4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

1. Attempt any **three** parts. Each part carries equal marks. (6×3=18)

(a) State whether the following statements are true or false.

(i) $xy = 0 \Rightarrow x = 0$ or $y = 0$

(ii) $(x - 1)(x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$

(iii) All relations are functions.

(iv) $|x - a| \leq 1 \Rightarrow a - 1 \leq x \leq a + 1$

(v) A sequence is convergent if its n th term tends to 0 in the limit.

(ii) क्या $AB = AC$ का अनिवार्य रूप से यह अर्थ है कि $B = C$ एक उदाहरण की सहायता से अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए (2×2 कोटि के मैट्रिक्स पर विचार कीजिए)।

(द) सदिशों के एक सेट को द्वि-आयामी अंतराल के लिए आधार कब कहा जाता है, R^2 ? दिखाएँ कि सदिश $u = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ और

$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, R^2 के लिए आधार बनाते हैं। क्या हम सदिशों

$u = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ और $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ और $w = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ के बारे में यही

निष्कर्ष निकाल सकते हैं? व्याख्या करें।

(इ) एक $n \times n$ मैट्रिक्स A पर विचार करें जिसे इस प्रकार परिभाषित किया गया है:

$$A = P(P^T P)^{-1} P^T$$

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें:

(i) क्या P को अनिवार्यतः स्क्वायर मैट्रिक्स होना चाहिए? क्या $P^T P$ को अनिवार्यतः स्क्वायर मैट्रिक्स होना चाहिए?

संतुलन में, प्रत्येक वस्तु की मांग की मात्रा उस वस्तु की आपूर्ति के बराबर होती है, अर्थात् $i = 1, 2$ के लिए $Q_{di} = Q_{si}$. दो वस्तुओं के लिए संतुलन की स्थिति लिखें और क्रैमर के नियम का उपयोग करके P_1, P_2, Q_1 और Q_2 के लिए हल करें।

(ब) X प्राप्त करें ऐसा कि मैट्रिक्स समीकरण को संतुष्ट करें:

$$(i) AX = 2X + B$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(ii) α के किन परिमाणों के लिए मैट्रिक्स $B - \alpha I_2$ मैट्रिक्स $B + \alpha I_2$ के बराबर है जहां I_2 क्रम 2 और

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ की एकरूप मैट्रिक्स है?}$$

(स) मान लें कि A, B और C, क्रम $m \times n$ और $n \times p$ और $p \times q$ के क्रमशः तीन स्वच्छंद मैट्रिक्स हैं। निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) क्या $AB = BA$ है? क्यों या क्यों नहीं?

(b) Let A be the set of all even numbers, B be the set of positive integers, C be the set of negative integers, D be the set of rational numbers and R be the set of all real numbers. Answer the following questions:

(i) Write the complement of set A in set notation form if R is the Universal set.

Is $\sqrt{-1}$ a member of set A or its complement?

(ii) Find $A \cup B$ and $A \cap B$.

(iii) Find $B \cap C$.

(iv) Find complement of D.

(c) Find asymptotes to the graphs of the following functions:

$$(i) f(x) = \sqrt{\frac{2+3x}{x-1}}$$

$$(ii) g(x) = \frac{(px-q)^2}{(p-x)(q-x)(r-x)}$$

(d) Define domain and range of a function. Find the domain and range of the following functions:

(i) $f(x) = |x - 1| (x - 1)^2$

(ii) $f(x) = 1 + \sqrt{2x-1}$

किन्हीं तीन खंडों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक खंड के समान अंक हैं।

(अ) बताएं कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या गलत हैं।

(i) $xy = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } y = 0$

(ii) $(x - 1)(x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$

(iii) सभी संबंध कार्य हैं।

(iv) $|x - a| \leq 1 \Rightarrow a - 1 \leq x \leq a + 1$

(v) एक अनुक्रम अभिसारी होता है यदि इसका n वां पद सीमान्त में 0 हो जाता है।

(ब) मान लीजिए A सभी सम संख्याओं का समुच्चय है, B धनात्मक पूर्णाकों का समुच्चय है, C ऋणात्मक पूर्णाकों का समुच्चय है, D परिमेय संख्याओं का समुच्चय है और R सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दें:

(i) समुच्चय A का पूरक समुच्चय संकेतन रूप में लिखिए यदि R सार्वत्रिक समुच्चय है। क्या $\sqrt{-1}$ समुच्चय A

(e) Consider a $n \times n$ matrix A defined as:

$$A = P(P^T P)^{-1} P^T$$

Answer the following questions :

(i) Must P be a square matrix? Must $P^T P$ be a square matrix?

(ii) Show that matrix A is idempotent.

(iii) How would your answer in part (ii) change for the matrix $B = I - A$?

किन्हीं चार खंडों का उत्तर दीजिए। प्रत्येक खंड के समान अंक हैं।

(अ) मान लीजिए कि वस्तु 1 और वस्तु 2 की मांग और आपूर्ति फलन एक ऐसी अर्थव्यवस्था में है जिसमें केवल दो वस्तुएँ हैं

$$Q_{d1} = 3 - 2P_1 + 3P_2$$

$$Q_{s1} = 1 + 5P_1$$

$$Q_{d2} = 20 + P_1 - 6P_2$$

$$Q_{s2} = 5 + 3P_2$$

- (ii) For what values of α is the matrix $B - \alpha I_2$ equals the matrix $B + \alpha I_2$ where I_2 is the identity matrix of order 2 and

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} ?$$

- (c) For any three arbitrary matrices A, B and C answer the following questions:

- (i) Is $AB = BA$? Why or why not?
- (ii) Does $AB = AC$ necessarily imply that $B = C$? Explain your answer with the help of an example (Consider matrices of order 2×2).

- (d) When is a set of vectors said to be a basis for the two-dimensional space, R^2 ? Show that the vectors

$$u = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ and } v = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ form a basis for } R^2. \text{ Can we}$$

conclude the same about the vectors $u = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ and

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ and } w = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} ? \text{ Explain.}$$

का सदस्य है या इसका पूरक है?

- (ii) $A \cup B$ और $A \cap B$ ज्ञात कीजिए।

- (iii) $B \cap C$ ज्ञात कीजिए।

- (iv) D का पूरक ज्ञात कीजिए।

- (स) निम्नलिखित फलनों के आलेखों के लिए अनंतस्पर्शी खोजें :

(i) $f(x) = \sqrt{\frac{2+3x}{x-1}}$

(ii) $g(x) = \frac{(px-q)^2}{(p-x)(q-x)(r-x)}$

- (द) एक फलन की प्रक्षेत्र और विस्तार परिभाषित करें। निम्नलिखित फलनों के आलेखों के लिए अनंतस्पर्शी खोजें :

(i) $f(x) = |x-1|(x-1)^2$

(ii) $f(x) = 1 + \sqrt{2x-1}$

2. Attempt any five parts. Each parts carries equal marks. (5×7=35)

(a) Solve the following inequalities for p:

$$(i) \frac{p-1}{p+1} \geq 2$$

$$(ii) \frac{1}{p} < 0 < \frac{p+1}{p}$$

$$(iii) |2p-3| \geq 1$$

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ for the following function:

$$y = x^n (a + b\sqrt{x})$$

(c) Using product rule of differentiation, what relationship is established between average and marginal functions? Explain your answer if the general average revenue function is $AR = f(Q)$. Also if $AR = -2Q^2 + 15Q + 7$ in its suitable domain, find MR function using the average-marginal relationship.

(d) A firm earns ₹100 lakhs in the current year. After that, its earnings increase by 10% every year for the next nine years.

4. Attempt any **four** parts. Each part carries equal marks. (6×4=24)

(a) Let the demand and supply functions of commodity 1 and commodity 2 in an economy that has only two commodities are given by

$$Q_{d1} = 3 - 2P_1 + 3P_2$$

$$Q_{s1} = 1 + 5P_1$$

$$Q_{d2} = 20 + P_1 - 6P_2$$

$$Q_{s2} = 5 + 3P_2$$

In equilibrium, quantity demanded of each commodity is equal to the supply of that commodity, i.e., $Q_{di} = Q_{si}$ for $i = 1, 2$.

Write down the equilibrium conditions for the two commodities and solve for P_1 , P_2 , Q_1 and Q_2 using Cramer's rule.

(b) Find X such that matrix X satisfies the equation:

$$(i) AX = 2X + B$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(iii) 3, 2 और 2 मूलों वाला एक घन समीकरण ज्ञात कीजिए।

(ब) $f(x) = \frac{|x|}{x}$ के रूप में परिभाषित फलन पर विचार करें

(i) $f(x)$ का आलेख खींचिए

(ii) क्या $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ अस्तित्व में है? व्याख्या करें।

(iii) क्या $f(x)$, $x = 0$ तक निरंतर है? आप $x = 0$ पर $f(x)$ की अवकलनीयता के बारे में क्या कह सकते हैं?

PWD छात्रों के लिए वैकल्पिक प्रश्न :

$f(x) = \frac{x^2 + x - 42}{x - 7}$ के रूप में परिभाषित फलन पर विचार करें

(i) $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$ को ज्ञात कीजिए।

(ii) दिखाएँ कि फलन $x = 7$ पर असंतत है।

(iii) यह किस प्रकार की अनिरंतरता है? व्याख्या करें।

(iv) क्या हम इसे हर जगह निरंतर बनाने के लिए फलन को फिर से परिभाषित कर सकते हैं?

(i) What will be the total earnings of the firm after 10 years?

(ii) What will be the earnings of the firm in the tenth year? If the discount rate remains 8% throughout the period, what will be the present value of the earnings of the tenth year?

(e) Evaluate the following limits :

(i) $\lim_{x \rightarrow a^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + |x-2|}{x-1}$

(f) Determine if the following converges or diverges:

(i) The sequence $\left\{ \frac{n^3 - 1}{n^2 - 2} \right\}$

(ii) The sequence $\left\{ (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n} \right\}$

- (iii) The series $(1+r)^{-1} + (1+r)^{-2} + (1+r)^{-3} + \dots$, where r is a positive constant.

किन्ही पाँच खंडों का उत्तर दीजिए। प्रत्येक खंड के समान अंक हैं।

(अ) p के लिए निम्नलिखित असमानताओं को हल करें:

(i) $\frac{p-1}{p+1} \geq 2$

(ii) $\frac{1}{p} < 0 < \frac{p+1}{p}$

(iii) $|2p-3| \geq 1$

(ब) निम्नलिखित फलन के लिए $\frac{dy}{dx}$ और $\frac{d^2y}{dx^2}$ प्राप्त करें:

$$y = x^n (a + b\sqrt{x})$$

(स) अवकलन के उत्पाद नियम का उपयोग करते हुए औसत और सीमांत फलनों के बीच क्या संबंध स्थापित किया जाता है? यदि सामान्य औसत आगम फलन $AR = f(Q)$ हो तो अपने उत्तर

उपरोक्त मॉडल में अंतर्जात चर की पहचान करें और नीचे उल्लिखित सभी तीन विधियों का उपयोग करके उनके संतुलन मूल्यों को हल करें। यह भी जांचें कि विभिन्न विधियों के समाधान एक दूसरे से मेल खाते हैं या नहीं।

- (i) द्विघात सूत्र का उपयोग करते हुए बीजगणितीय विधि।
(ii) एकल द्विघात फलन का ग्राफ खींच कर आलेखीय विधि जहाँ द्विघात फलन संतुलन स्थिति का उपयोग करके प्राप्त किया जाता है।
(iii) द्विघात मांग फलन और रेखीय आपूर्ति फलन को एक ही ग्राफ में आरेखित करके आलेखीय विधि।

PWD छात्रों के लिए वैकल्पिक प्रश्न

(अ) (i) निम्नलिखित समीकरणों के परिमेय मूल ज्ञात कीजिए, यदि कोई हो:

(a) $x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} = 0$

(b) $8x^3 + 6x^2 - 3x - 1 = 0$

(ii) 4, 2, -1 और 3 मूलों वाला एक चतुर्थांश समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (ii) Does $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ exist? Explain.
- (iii) Is $f(x)$ continuous at $x = 0$? What can you say about differentiability of $f(x)$ at $x = 0$?

ALTERNATIVE QUESTION FOR PWD STUDENTS:

Consider the function defined as

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 42}{x - 7}$$

- (i) Find $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$.
- (ii) Show that the function is discontinuous at $x = 7$.
- (iii) What type of discontinuity is it? Explain.
- (iv) Can we redefine the function to make it continuous everywhere?

किन्ही एक खंड का उत्तर दीजिए।

- (क) निम्नलिखित आशिक बाजार संतुलन मॉडल को ध्यान में रखते हुए-

$$Q_d = Q_s$$

$$Q_d = 14 - 3P - P^2$$

$$Q_s = -2 + 3P$$

की व्याख्या करें। साथ ही यदि $AR = -2Q^2 + 15Q + 7$ अपने उपयुक्त प्रक्षेत्र में है, औसत-सीमांत संबंध का उपयोग करके MR फलन प्राप्त करें।

- (द) एक फर्म चालू वर्ष में ₹100 लाख कमाती है। इसके बाद अगले नौ साल तक इसकी आय में हर साल 10 फीसदी की वृद्धि होती है।

- (i) 10 वर्ष के बाद फर्म की कुल आय कितनी होगी?
- (ii) दसवें वर्ष में फर्म की आय कितनी होगी? यदि छूट की दर पूरी अवधि के दौरान 8% रहती है, तो दसवें वर्ष के आय का वर्तमान मूल्य क्या होगा?

- (इ) निम्नलिखित सीमाओं का मूल्यांकन करें:

(i) $\lim_{x \rightarrow a^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + |x-2|}{x-1}$

- (फ) निर्धारित करें कि निम्नलिखित अभिसरण या विचलन करता है:

(i) क्रम $\left\{ \frac{n^3 - 1}{n^2 - 2} \right\}$

(ii) क्रम $\left\{ (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n} \right\}$

(iii) श्रृंखला $(1+r)^{-1} + (1+r)^{-2} + (1+r)^{-3} + \dots$
, जहाँ r एक सकारात्मक स्थिरांक है।

3. Attempt any **one** part. (13×1=13)

(a) Considering the following partial market equilibrium model –

$$Q_d = Q_s$$

$$Q_d = 14 - 3P - P^2$$

$$Q_s = -2 + 3P$$

Identify the endogenous variables in the above model and solve for their equilibrium values using all the three methods mentioned below. Also check if the solutions from various methods match each other or not.

(i) Algebraic method using Quadratic formula.

(ii) Graphical method by drawing graph of single quadratic function where quadratic function is derived using equilibrium condition.

(iii) Graphical method by drawing the graphs of quadratic demand function and linear supply function in one graph.

(4+5+4=13)

ALTERNATIVE QUESTION FOR PWD STUDENTS:

(a) (i) Find rational roots of the following equations, if any :

(a) $x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} = 0$

(b) $8x^3 + 6x^2 - 3x - 1 = 0$

(ii) Find a cubic equation with roots 3, 2 and 2.

(iii) Find a quartic equation with roots 4, 2, -1 and 3.

(b) Consider the function defined as

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

(i) Draw the graph of $f(x)$.