S. No.

4019

Unique Paper Code

22411402

Name of the Paper

Business Mathematics

Name of the Course

B.Com. (Hons.) (CBCS)

Semester

IV

Duration

3 Hours

Maximum Marks:

75

(Write your Roll No on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note: Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

Attempt All questions. Marks are indicated against each question.

Simple calculator is allowed.

Log, annuity tables and Graph paper will be provided.

Q 1a) Mr. A went to a market to purchase 3 kg of sugar, 10 kg of wheat and 1 kg of salt. In a sl z p near to Mr. A residence, these commodities are priced at 20, 10 and 8 per kg whereas in the lc z l market these commodities are priced at 15, 8 and 6 per kg respectively. If cost of travelling to lo ul market is 25, find the net savings of Mr. A using matrix multiplication

OR

A company produces three products every day. Their total production in a certain day is 45 tons. I s found that the production of the third product exceeds the production of the first product by 8 tc s while the total production of first and third products is twice the production of second product. Determine the production level of each product, using matrices.

प्रश्न 1क) श्रीमान् "क" 3 किलो चीनी, 10 किलो गेहूं और 1 किलो नमक खरीदने के लिए बाजार गये। श्रीमान् "क" के बर के पास स्थित एक दूकान में, इन वस्तुओं की कीमत क्रमशः 20, 10 और 8 रूप्ये प्रति किलोग्राम है, जबिक स्थान ना बाजार में इन वस्तुओं की कीमत क्रमशः 15, 8 और 6 रूप्ये प्रति किलोग्राम है। यदि स्थानीय बाजार तक उड़ा का किराया 25 रूप्ये है, तो आव्यूह गुणन (matrix multiplication) का उपयोग करके श्रीमान् "क" की शुद्ध बचत उड़ा कीजिए।

या

एक कंपनी प्रतिदिन तीन उत्पाद बनाती है। किसी एक दिन में उनका कुल उत्पादन 45 टन है। यह पाया गया है । तीसरे उत्पाद का उत्पादन पहले उत्पाद के उत्पादन से 8 टन अधिक है जबकि पहले और तीसरे उत्पाद का कुल उत्पाद दूसरे उत्पाद के उत्पादन से दोगुना है। आव्यूह (matrix) का उपयोग करके प्रत्येक उत्पाद का उत्पादन स्तर निर्धारित क

Q1b) In a two-sector economy, it is known that Industry I uses 20 paise worth of its own product and 40 paise worth of industry II to produce a rupee worth of commodity of industry II; industry II uses 25 paise worth of its own product and 25 paise worth of industry I in producing a rupee worth of commodity of industry II; and the final demands are Rs. 2800 billion worth of commodity of industry II and Rs. 5600 billion worth of commodity of industry II. 0.2 and 0.1 labour hours are required to produce a unit of commodity of industry II and a unit of commodity of industry II respectively

(i) Find the solution output using matrix inverse method.

- (ii) Find the total value added if the wage rate is Rs 150 per labour hour
- (iii) Find the equilibrium prices
- (iv) Write the input-output table for the economy

OR

Three companies X, Y and Z hold shares in each other. The percentage ownership of the three companies is given below:

Owners of Shares	Percentage of Share Capital held in Company			
	X	Y	Z	
X	0	30	20	
Y	30	0	10	
Z	10	20	0	
Outside Share holders	60	50	70	
Total	100	100	100	

If the separately earned profits of X, Y and Z are $\stackrel{?}{\stackrel{?}{?}}$ 53,000, $\stackrel{?}{\stackrel{?}{?}}$ 4,000 and $\stackrel{?}{\stackrel{?}{?}}$ 1,40,000 respectively, find the total net profit of each company (separately earned profit plus share in the profits of the other companies) by using matrix algebra. Also, verify that sum of the profits allocated to the outside shareholders equals the sum of the separately earned profits of all the companies.

प्रश्न 1 खा एक दि-क्षेत्रीय अर्थव्यवस्था में, यह जात है कि उद्योग । अपने स्वयं के उत्पाद के 20 पैसे मूल्य और उद्योग ॥ के 40 पैसे मूल्य का उपयोग कर उद्योग । के लिए एक रुपये मूल्य की वस्तु का उत्पादन करता है; उद्योग ॥ अपने स्वयं के उत्पाद के 25 पैसे मूल्य और उद्योग । के 25 पैसे मूल्य का उपयोग कर उद्योग ॥ के एक रुपये मूल्य की वस्तु का उत्पादन करता है; और अंतिम मांग उद्योग । की 2800 बिलियन रुपये मूल्य की वस्तु और उद्योग ॥ की 5600 बिलियन रुपये मूल्य की वस्तु की एक इकाई के उत्पादन के लिए क्रमशः 0.2 और 0.1 श्रम घंटे की आवश्यकता होती है

- (i) आव्यूह व्युत्क्रम (matrix inverse)विधि का उपयोग करके समाधान आउटप्ट निकालें।
- (ii) यदि मजदूरी की दर 150 रुपये प्रति श्रम घंटे है तो कुल मूल्य वर्धन जात कीजिए।
- (iii) संतुलन कीमतों का पता लगाएं
- (iv) अर्थव्यवस्था के लिए इनप्ट-आउटप्ट तालिका बनायें।

या

तीन कंपनियां X, Y और Z एक दूसरे में हिस्सेदारी रखती हैं। तीन कंपनियों का स्वामित्व प्रतिशत नीचे दिया गया है: शेयरों का स्वामित्व कंपनी में धारित पूंजी का शेयरप्रतिशत

	X	Y	Z
X	0	30	20
Υ	30	0	10
Z	10	20	0
बाहरी शेयरधारक	60	50	70
कुल	100	100	100

यदि X, Y और Z के अलग-अलग अर्जित लाभ क्रमशः रू 53,000, रू 4,000 और रू 1,40,000 हैं, तो आन्मूह बीजगणित(matrix algebra) का उपयोग करके प्रत्येक कंपनी का कुल शुद्ध लाभ (अलग से अर्जित लाभ और उन्य कंपनियों के मुनाफे में हिस्सा) का पता लगाएं। साथ ही, सत्यापित करें कि बाहरी शेयरधारकों को आवंटित लाभ का नाग सभी कंपनियों के अलग-अलग अर्जित लाभों के योग के बराबर है।

Q 2 a) Find the dual of the following linear programming problem:

Minimize $Z = 4x_1+12x_2-2x_3+8x_4$ Sub to the constraints $x_1+2x_2-x_3+3x_4>=8$ $4x_2-x_3+2x_4>=10$ $x_1+x_3+x_4<=8$

 $x_1, x_2, x_3 >= 0$, x_4 unrestricted in sign

6

OR

An electric company produces two products P₁ and P₂. Products are produced and sold on a wee zy basis. The weekly production cannot exceed 25 for product P, and 35 for product P₂ because of limited available facilities. The company employs total of 60 workers. Product P, requires two n = n weeks of labour while product P, requires one man week of labour. Profit margin on P, is 60 and P is 40. Formulate it as a linear programming problem and solve for maximum profit graphica 17.

प्रश्न 2 क) निम्नलिखित रैखिक क्रमादेशन समस्या (Linear programming problem) का द्वैत (dual) निकालें:

मिनिमाइज $Z = 4x_1 + 12x_2 - 2x_3 + 8x_4$

बाधाओं के अधीन (Sub to the constraints)

 $x_1+2x_2-x_3+3x_4>=8$

 $4x_2-x_3+2x_4>=10$

 $X_1 + X_3 + X_4 <= 8$

x1, x2, x3>=0, x4 चिहन में अप्रतिबंधित (unrestricted in sign)

6

या

एक विद्युत कंपनी दो उत्पाद P1 और P2 बनाती है। उत्पादों का उत्पादन और बिक्री साप्ताहिक आधार पर की जाती हैं। सीमित उपलब्ध सुविधाओं के कारण उत्पाद P1 के लिए साप्ताहिक उत्पादन 25 और उत्पाद P2 के लिए 35 से आि क

Page 3 c 3

नहीं हो सकता है। कंपनी में कुल 60 कर्मचारी कार्यरत हैं। उत्पाद P_1 के लिए दो सप्ताह के श्रम की आवश्यकता होती है जबिक उत्पाद P_2 के लिए एक सप्ताह के श्रम की आवश्यकता होती है। P_1 पर लाभांश 60 है और P_2 पर लाभांश 40 है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या(Linear programming problem) के रूप में तैयार करें और ग्राफिक रूप से अधिकतम लाभ के लिए हल करें।

Q 2 b) A firm produces three products A, B, C using three resources (material, machine hours and labour hours). The manager of the firm wants to find out the production strategy to maximise the profits. A student of B.Com (Hons.) who was familiar with linear programming technique offered to help him. The student formulated the problem and solved the problem by Simplex method. He gave the following solution:

Contribution	x ₁ 30	X 2	Х3	S ₁ 0	S ₂ 0	S_3	Quantity
		40	10			0	
	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	45
	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	15
	$\frac{5}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	35

Do you agree that this is the best production strategy? If not, improve the solution to get the best production strategy.

प्रश्न 2 ख) एक फर्म तीन संसाधनों (सामग्री, मशीन घंटे और श्रम घंटे) का उपयोग करके तीन उत्पाद A, B, C का उत्पादन करती है। फर्म का प्रबंधक मुनाफे को अधिकतम करने के लिए उत्पादन रणनीति का पता लगाना चाहता है। बी.कॉम (ऑनर्स) के एक छात्र, जो लीनियर प्रोग्रामिंग तकनीक(Linear programming technique) से परिचित था, ने उनकी मदद करने की पेशकश की। छात्र ने समस्या को सूत्रबद्ध किया और सिंप्लेक्स विधि द्वारा समस्या का समाधान किया। उसने निम्नलिखित हल दिया:

क्या आप सहमत हैं कि यह सर्वोत्तम उत्पादन रणनीति है? यदि नहीं, तो सर्वोत्तम उत्पादन रणनीति प्राप्त करने के लिए हल में सुधार करें।

Also answer the following questions:

- (i) Are all the three resources completely used? If not, how much of which resource is unused?
- (ii) Can there be an alternative product mix which gives the same total contribution?
- (iii) What are the shadow prices of the resources?
- (iv) What happens if 15 machine hours are lost due to some mechanical problem?

OR

A diet is to contain at least 20 ounces of protein and 15 ounces of carbohydrate. There are three for ds A, B and C available in the market. costing Rs. 2, Re. 1 and Rs. 3 per unit respectively. Each unit of A contains 2 ounces of protein and 4 ounces of carbohydrate. Each unit of B contains 3 ounce protein and 2 ounces of carbohydrate; each unit of C contains 4 ounces of protein and 2 ounce carbohydrate. Formulate the L.P.P. so as to minimize the cost of diet. Find its dual.

Solve the dual by Simplex method and read from Dual solution the solution to the primal problem.

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर भी दीजिए:

- (i) क्या तीनों संसाधनों का पूरी तरह से उपयोग किया जाता है? यदि नहीं, तो किस संसाधन का कितना उपयोग ंहीं हुआ है?
- (ii) क्या कोई वैकल्पिक उत्पाद मिश्रण(alternative product mix) हो सकता है जो समान हल योगदान(contribution)देता है?
- (iii) संसाधनों की छाया कीमतें(shadow prices) क्या हैं?
- (iv) यदि किसी यांत्रिक समस्या के कारण 15 मशीन घंटे नष्ट हो जाते हैं तो क्या होगा?

या

एक आहार में कम से कम 20 औंस प्रोटीन और 15 औंस कार्बोहाइड्रेट होना चाहिए। बाजार में तीन खाद्य पदार्थ / B और C उपलब्ध हैं।जिनकी लागत क्रमशः 2 रुपये, 1 रुपये और 3 रुपये प्रति इकाई है। A की प्रत्येक इकाई में 2 3 मि प्रोटीन और 4 औंस कार्बोहाइड्रेट होता है। B की प्रत्येक इकाई में 3 औंस प्रोटीन और 2 औंस कार्बोहाइड्रेट होता है; C के प्रत्येक इकाई में 4 औंस प्रोटीन और 2 औंस कार्बोहाइड्रेट होता है। एल.पी.पी.(L.P.P.) निकाले तािक आहार की की 1त कम की जा सके। इसका दवैत(dual) जात कीजिए।

द्वैत(dual) को सिम्प्लेक्स विधि से हल करें और द्वैत(dual) हल से प्राथमिक समस्या(Primal problem) का हल र 🖰

12

Q3 a) The demand law is:

 $p = \alpha e^{-\beta x} (\alpha, \beta > 0)$.

Find the elasticity of demand. Evaluate the elasticity when $\alpha = 10$, $\beta = \frac{1}{2}$ and x = 5 Find the percentage fall in price necessary to increase the demand by 5%.

OR

A chemical company uses 8000 drums of chemicals each year. The company has a current policy of purchasing 250 drums at a time. Each drum costs Rs 80. The ordering cost is Rs 40 per order & the annual carrying cost is 20% of the average inventory value. Find how much the company will save if it buys according to the economic lot size

6

प्रश्न 3 क) मांग कानून(demand law) है:

$$p = \alpha e^{-\beta x} \quad (\alpha, \beta > 0)$$

मांग की मूल्य-सापेक्षता(elasticity) ज्ञात कीजिए। मूल्य-सापेक्षता(elasticity) का मूल्यांकन करें जब α = 10, β = 1/2 और x = 5 मांग में 5% की वृद्धि करने के लिए आवश्यक कीमत में गिरावट प्रतिशत का पता लगाएं।

या

एक रसायन बनाने वाली कंपनी हर वर्ष 8000 ड्रम रसायन का इस्तेमाल करती है। कंपनी की मौजूदा नीति एक बार में 250 ड्रम खरीदने की है। प्रत्येक ड्रम की कीमत 80 रुपये है। ऑर्डर करने की लागत 40 रुपये प्रति ऑर्डर है और वार्षिक वहन लागत औसत इन्वेंट्री मूल्य का 20% है। अगर कंपनी किफायती मात्रा के अनुसार खरीदती है तो कंपनी को होने वाली बचत पता लगाएं।

Q 3 b) The joint demand functions of the two products are

$$X_1 = 2P^{-0.6} P_2^{0.8}$$
 and $X_2 = 3P_1^{0.7} P_2^{-0.5}$

where X_1 and X_2 are the units demanded of two products at prices P_1 and. P_2 respectively. Determine the four price elasticities at the prices P_1 and P_2 and state the relationship between the two products.

OR

If the production function is:

$$X = \left[\frac{0.2}{K} + \frac{0.8}{L}\right]^{-1}$$

- i)Prove Euler's theorem.
- ii) Find MRTS.

6

प्रश्न 3 ख) दो उत्पादों के संयुक्त मांग फलन (joint demand functions) हैं:

$$X_1 = 2P_{.0.6} P_{2.0.8}$$
 and $X_2 = 3P_{1.0.7} P_{2.0.5}$

जहां X, और X, दो उत्पादों के लिए क्रमशः P,और P, कीमतों पर मांग की जाने वाली इकाइयाँ हैं। P,और P, कीमतों पर चार मूल्य-सापेक्षतायें (elasticities)निर्धारित करें और दो उत्पादों के बीच संबंध बताएं।

य

यदि उत्पादन फलन (production function) है:

$$X = [0.2/K + 0.8/L]^{-1}$$

- i) यूलर प्रमेय (Euler's Theorem)सिद्ध कीजिए।
- ii) ii) एमआरटीएस (MRTS)निकार्ले।

6

Q 3 c) A firm has a marginal revenue function given by $MR = \frac{a}{x+b} - c$, where x is the output and and c are constants. Show that the demand function is given by $p = \frac{a}{x} \log(\frac{x+b}{b}) - c$

OR

Find the consumer surplus and producer surplus under pure competition for demand function $p = \frac{8}{x+1} - 2$ and supply function $p = \frac{1}{2}(x+3)$ where p is price and x is quantity

प्रश्न 3π) एक फर्म के पास MR= a/x+b-c, द्वारा दिया गया सीमांत राजस्व फलन (marginal revenue func on) है, जहां x आउटपुट होता है और a, b और c स्थिरांक होते हैं। दिखाएँ कि माँग फलन (demand function) $p=a/\log(x+b/b)-c$ द्वारा दिया गया है

या

शुद्ध प्रतिस्पर्धा के तहत मांग फलन p = 8/x+1-2 और आपूर्ति फलन p = 1/2 (x + 3) के लिए उपभोक्ता अधिशेष और उत्पादक अधिशेष का पता लगाएं ,जहां p मूल्य है और x मात्रा है।

Q 4 a) A monopolist has the possibility of discriminating between domestic market and for ign market for his product. His demand functions in the domestic and foreign markets are

 $x_1 = 21 - 0.1p_1$ and $x_2 = 50 - 0.4p_2$ respectively (p_1 and p_2 are the prices and x_1 and x_2 are the units demanded). His total cost is $2000 + 10(x_1 + x_2)$. Find the prices and quantities that would maximize monopolist's profit. Verify that the monopolist would charge higher price in the market that has the lower price elasticity of demand

OR

A major airline purchases a small plane at a cost of Rs. 5,20,00,000. The company estimates at average capital cost and average operating cost are a function of x, the number of hours of flight time. The salvage value of a plane (in rupees) is expressed by the function S(x) = 4,20,00,000. -10,000 x. Average operating cost, per hour is given by the function:

$$OC(x) = 800 + 0.40 x$$

Determine how many hours a plane should be flown before replacement if the objective is to minimize the sum of average capital and average operating cost per hour

6

प्रश्न 4 क) एक एकाधिकारी कंपनी के पास अपने उत्पाद के लिए घरेलू बाजार और विदेशी बाजार के बीच भेदभाव करने की संभावना होती है। घरेलू और विदेशी बाजारों में उनके मांग फलन क्रमशः हैं:

 $x_1 = 21 - 0.1p_1 और <math>x_2 = 50 - 0.4p_2$ हैं(p_1 और p_2 मूल्य हैं और x_1 और x_2 मांग की गई इकाइयाँ हैं)। उसकी कुल लागत $2000 + 10(x_1 + x_2)$ है। एकाधिकारी कंपनी के लाभ को अधिकतम करने वाली कीमतों और मात्राओं का पता लगाएं। सत्यापित करें कि एकाधिकारी कंपनी बाजार में उच्च कीमत वसूल करेगी जिसमें मांग की कीमत सापेक्षता कम है।

या

एक बड़ी एयरलाइन 5,20,00,000 रुपये की लागत से एक छोटा विमान खरीदती है। कंपनी का अनुमान है कि औसत पूंजी लागत और औसत परिचालन लागत x का एक फलन है, जो उड़ान समय के घंटों की संख्या है। एक विमान का निस्तारण मूल्य (रुपये में) फलन $S(x) = 4,20,00,000 - 10,000 \times द्वारा व्यक्त किया जाता है। औसत प्रति घंटा परिचालन लागत, फलन द्वारा दी गई है:$

OC(x) = 800 + 0.40 x

निर्धारित करें कि औसत पूंजी और औसत परिचालन लागत प्रति घंटे के योग को कम करने के लिए, प्रतिस्थापन से पहले एक विमानद्वारा कितने घंटे की उड़ान पूरी की जानी चाहिए।

Q 4 b) The marginal cost function of a product is given by

$$MC(x) = 2(2x + 9)^{-0.5}$$

and the fixed cost is Rs. 4. Find the corresponding total and average cost functions. Also, find per unit cost when 8 units are produced.

OR

After an advertisement campaign, the rate of sales of a product is given by $S_t=1000 \text{ e}^{-0.5t}$ where t is the time in months. Find:

- i). Total Cumulative sales after 3 months
- ii) Sales during the 4th month
- iii) Total sales as a result of the campaign

6

प्रश्न $\bf 4$ ख) किसी उत्पाद का सीमांत लागत फलन निम्नलिखित के द्वारा दिया जाता है- MC(x) = 2(2x+9) $^{-0.5}$

और निश्चित लागत 4 रूपये है। संगत योग(corresponding total) और औसत लागत फलन(average cost functions) जात कीजिए। साथ ही, 8 इकाइयों का उत्पादन होने पर प्रति इकाई लागत ज्ञात कीजिए।

या

एक विजापन अभियान के बाद, किसी उत्पाद की बिक्री की दर S=1000 e द्वारा दी जाती है जहाँ t महीनों में समय है। जात करें:

- i) 3 महीने के बाद कुल संचयी बिक्री
- ii) चौथे महीने के दौरान बिक्री
- iii) अभियान के परिणामस्वरूप कुल बिक्री

6

Q 5. Do any three of the following

a. What is the present value of a continuous income stream of Rs. 6.000 per year for two years if it is discounted continuously at the rate of 6% per year?

- b. Mr. Shyam wants 5,00,000 at the end of 7 years. If the rate of interest is 8%, what amount shall be deposited at the beginning of each quarter so as to get the above amount?
- c. Mr. Arun wishes to provide for his daughter's education by depositing ₹4,000 at the en every six months in a savings account. The first deposit was made 6 months after his daughter's 15th birthday and the last deposit was made when his daughter was 21 years d. The rate of interest is 5% p.a. compounded half yearly. Find the balance in the account.
- d. Earnings after taxes (cost savings or profits) from a new machine are expected to be is. 45,000 per year. The machine costs Rs. 2,00,000 and after five years has no resale or so up value. A loan can be made for this amount payable in five equal annual instalments at i% per annum on the unpaid balance of the loan. Should management buy the machine?
- e. A machine costing Rs. 75,000 is depreciated at the rate of 10% p.a. for the first 5 years and then at 12% p.a. for next 3 years, both on diminishing balance basis. Find its book value at the end of 8th year. Using this, also find average rate of depreciation. 5, 5, 5

प्रश्न 5. निम्नलिखित में से कोई तीन हल करें-

- क) दो वर्ष के लिए 6,000 रुपये प्रति वर्ष के एक सतत आय स्रोत(income stream) का वर्तमान मूल्य क्या ं? यदि इसे 6% प्रति वर्ष की दर से लगातार छूट दी जाती है?
- ख) श्री श्याम 7 वर्ष के अंत में 5,00,000 रूपये जमा चाहते हैं। यदि ब्याज की दर 8% है, तो प्रत्येक तिमाह के आरंभ में कितनी राशि जमा करनी होगी ताकि उपरोक्त राशि प्राप्त हो सके?
- ग) श्री अरुण हर छह महीने के अंत में बचत खाते में 4,000 रूपये जमा करके अपनी बेटी की शिक्षा के लिए जिस करना चाहते हैं। पहला निवेश उनकी बेटी के 15वें जनमदिन के 6 महीने बाद और आखिरी निवेश उनकी बेटी के 21 साल की उम्र में किया गया था। ब्याज दर 5% प्रति वर्ष आर्द्धवार्षिक चक्रवृद्धि है। खाते में जिस राशि का पता लगाएं।
- घ) एक नई मशीन से(करों की अदायगी के बाद) प्रति वर्ष 45,000 रुपये की आय (लागत बचत या लाभ) होने की उम्मीद है। मशीन की कीमत 2,00,000 रुपये है और पांच साल के बाद कोई पुनर्विक्रय या स्क्रैप मूल्य नहीं है। इस राशि के लिए ऋण की बकाया राशि पर 6% प्रति वर्ष की दर से पांच समान वार्षिक किश्तों में देय विवास जा सकता है। क्या प्रबंधन को मशीन खरीदनी चाहिए?
- ङ) एक मशीन की कीमत रु. 75,000 है और इसका पहले 5 वर्षों के लिए 10% प्रति वर्ष की दर से और 'रि अगले 3 वर्षों के लिए 12% प्रति वर्ष की दर से मूल्यहास किया जाता है। दोनों हास शेष मूल्य के आधार ःर किये जाते हैं। 8वें वर्ष के अंत में इसका बुक वैल्यू(Book value)ज्ञात कीजिए। इसका उपयोग करते भ, मुल्यहास की औसत दर भी जात कीजिए। 5, 5, 5

to be selected to the company of the least of the company of the selected of the company of the

The first of an actual section of the property of the control of t

the region of the second second

The part of the pa

TO SHAPE WANT AS A SECOND THE THE THE SHAPE WAS A SECOND TO THE SHAPE WAS A SHAPE OF THE SHAPE OF T

THE RESERVE OF THE PARTY OF THE

THE TOTAL OF THE PARTY OF THE P