

annual labour savings of Rs. 1,800. The time value of money is 10% per annum. Find which machine is preferable.

X मशीन की लागत 10,000 रु० है और इसकी उपयोगी आयु 8 वर्ष है। मशीन Y की लागत 8,000 रु० और उपयोगी आयु 6 वर्ष है। मशीन X 2,000 रु० की वार्षिक श्रम बचत करती है जबकी Y मशीन 1,800 रु० की वार्षिक श्रम बचत करती है। मुद्रा का समय मूल्य 10% प्रतिवर्ष है। ज्ञात कीजिए कि कौन सी मशीन अधिमान्य है।

(e) A house is sold for Rs. 50,000 down payment and 10 semi-annual instalments of Rs. 5,000 each, the first instalment becomes due three years hence. Find cash price of the house if money is worth 20% compounded semi-annually.

एक मकान तत्काल अदायगी पर 50,000 रु० और 5,000 रु० की 10 अर्धवार्षिक किस्तों में अदायगी पर बेचा गया है। पहली किस्त अब से तीन वर्ष बाद देय है। मकान की रोकड़ कीमत ज्ञात कीजिए यदि मुद्रा का मूल्य चक्रवृद्धि ब्याज के आधार पर अर्धवार्षिक रूप में 20% है।

3x5

11/12/17 Morning

This question paper contains 18 printed pages.

Your Roll No.

Sl. No. of Ques. Paper : 5450
Unique Paper Code : 241301
Name of Paper : Business Mathematics
Name of Course : B.Com. (Hons)
Semester : III
Duration : 3 hours
Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

(इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिये गये निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिये।)

NOTE :- Answers may be written either in English or in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी : इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिये; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Attempt all questions. Marks are indicated against each question. Attempt all parts of a question together.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्नों के अंक उनके सामने अंकित हैं। प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों का उत्तर एक ही स्थान पर दीजिए।

Use of simple calculator is allowed.

Log and Annuity tables and Graph paper may be provided.

Turn over

1. (a) An amount of Rs 80,000 is placed in three investments at rates of 6%, 8% and 10% per annum respectively. The total annual income is Rs 7,000. The income from the first investment is Rs 400 more than the income from second investment. Determine the amount of each investment.

80,000 रु० की राशि तीन निवेशों में क्रमशः 6%, 8% और 10% पर डाली गई। कुल वार्षिक आय 7,000 रु० हुई। प्रथम निवेश से आय दूसरे निवेश की आय से 400 रु० अधिक हुई। प्रत्येक निवेश की राशि ज्ञात कीजिए।

Or (अथवा)

A firm produces three products P_1 , P_2 , and P_3 requiring the mix-up of three materials M_1 , M_2 , and M_3 . The per unit requirement of each product for each material is as follows:

एक फर्म P_1 , P_2 , P_3 तीन उत्पाद तैयार करती है जिनके लिए M_1 , M_2 , M_3 तीन पदार्थों के मिश्रण की आवश्यकता होती है। प्रत्येक पदार्थ के लिए प्रत्येक उत्पाद की प्रति यूनिट ज़रूरत इस प्रकार है:

$$A = \begin{matrix} & M_1 & M_2 & M_3 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Using matrix notation, find:

मैट्रिक्स नोटेशन का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए:

(b) Mr. X purchased an asset of Rs. 1,00,000 on instalment basis. Each instalment is to be paid at the beginning of each quarter. Find the size of each instalment if the money is to be repaid in 3 years and the rate of interest is 6% compounded quarterly.

मिस्टर X ने किस्तों के आधार पर 1,00,000 रु० की परिसम्पत्ति खरीदी। प्रत्येक किस्त प्रत्येक तिमाही के आरम्भ में दी जानी है। प्रत्येक किस्त का आकार ज्ञात कीजिए यदि यह राशि तीन वर्ष में वापस करनी हो और ब्याज की दर 6% चक्रवृद्धि के आधार पर तिमाही देय हो।

(c) Mr. Y sells his old car for Rs. 50,000 to buy a new car costing Rs. 2,08,000. He pays down payment of Rs. X by cash and the balance by instalments of Rs. 7,000 at the end of each month for 18 months. If the rate of interest is 9% compounded monthly, compute the value of X.

मिस्टर Y अपनी पुरानी कार 50,000 रु० में बेच देता है ताकि 2,08,000 रु० की नई कार खरीद सके। वह X रुपये रोकड़ तत्काल अदायगी देता है और शेष 7,000 रु० की किस्तों में हर माह के अंत में 18 महीने तक देता है। यदि ब्याज दर 9% चक्रवृद्धि आधार पर मासिक देय हो तो X का मूल्य ज्ञात कीजिए।

(d) Machine X costs Rs. 10,000 and has a useful life of 8 years. Machine Y costs Rs. 8,000 and has a useful life of 6 years. Machine X generates an annual labour savings of Rs. 2,000 while Machine Y generates an

Or (अथवा)

After an advertising campaign a product has sales rate of $f(t)$ given by $f(t) = 100e^{-0.25t}$, where t is the number of months since the close of campaign. Find:

- (i) The total cumulative sales after 5 months
- (ii) The sales during the fourth month.

विज्ञापन प्रचार के बाद एक उत्पाद की बिक्री दर $f(t)$ इससे ज्ञात होती है $f(t) = 100e^{-0.25t}$, जिसमें t महीनों की संख्या है जो प्रचार के बंद होने के बाद गुजरे हैं। ज्ञात कीजिए:

- (i) 5 माह बाद कुल संचयी बिक्री
- (ii) चौथे माह में बिक्री।

5

5. Attempt any three questions:

किन्हीं तीन प्रश्नों को कीजिए:

- (a) A machine depreciates at the rate of 8% for the first 2 years, at the rate of 10% for next 3 years and then at the rate of 15% per annum. Compute the value of machine at the end of 10 years, if initial value of machine is Rs. 10,00,000. Also, compute the average rate of depreciation.

एक मशीन पर पहले दो वर्ष में 8% की दर से मूल्यहास लगता है तथा अगले तीन वर्ष के लिए 10% की दर से और फिर 15% प्रति वर्ष की दर से लगता है। 10 वर्ष बाद मशीन का मूल्य अभिकलित कीजिए यदि मशीन का आरंभिक मूल्य 10,00,000 रु० है। साथ ही मूल्यहास की औसत दर का भी अभिकलन कीजिए।

- (i) The total requirement of each material if the firm produces 100 units of each product.

प्रत्येक प्रदार्थ की कुल आवश्यकता, यदि फर्म प्रत्येक उत्पाद की 100 यूनिटें तैयार करती है।

- (ii) The per unit cost of production of each product if the per unit cost of materials M_1 , M_2 , and M_3 is Rs 8, Rs 10 and Rs 15 respectively.

प्रत्येक उत्पाद के उत्पादन की प्रति यूनिट लागत, यदि M_1 , M_2 और M_3 पदार्थों की प्रति यूनिट लागत क्रमशः 8 रु०, 10 रु० और 15 रु० है।

- (iii) The total cost of production if the firm produces 200 units of each product.

उत्पादन की कुल लागत, यदि फर्म प्रत्येक उत्पाद की 200 यूनिटें बनाती है।

5

- (b) A three-sector economy has the following input-output coefficient matrix:

तीन खण्ड वाली अर्थव्यवस्था में निम्नलिखित आगत-निर्गत गुणांक मैट्रिक्स है:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.4 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.6 \\ 0.3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

The labour days required per unit of output of the three sectors are 0.5, 0.8 and 1.5 respectively and their consumer output targets are 10,600; 5,300 and 21,200 units respectively. The wage rate is Rs. 50 per labour-day. Test viability of the system, and by using matrix algebra find:

तीन सैक्टरों की प्रति यूनिट उत्पादन की श्रम दिवस आवश्यकता क्रमशः 0.5, 0.8 और 1.5 है और उनका उपभोक्ता उत्पादन लक्ष्य क्रमशः 10,600; 5,300 तथा 21,200 यूनिट है। मज़दूरी दर 50 रु० प्रति श्रम दिन है। प्रणाली की परीक्षण क्षमता और मैट्रिक्स बीजगणित का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए:

- (i) The gross output of each sector
प्रत्येक क्षेत्रक का सकल उत्पादन
- (ii) Total labour-days required
कुल श्रम दिवसों की आवश्यकता
- (iii) Total value added.
कुल मूल्य योजित।

Or (अथवा)

A holding company H has two subsidiaries S_1 and S_2 . The subsidiaries also own a portion of the share capital of H. The percentage ownership of the group is given below:

Owner of Shares	Percentage of Share Capital held in Company		
	H	S_1	S_2
H	0	80	60
S_1	2	0	10
S_2	10	10	0
Outside			
Shareholders	88	10	30
Total	100	100	100

If the separately earned net profits of H, S_1 and S_2 are Rs 42,000; Rs 52,600 and Rs 32,000 respectively, find

एक कंपनी कुल लागत $C(x, y) = 18x^2 + 9y^2$ पर दो उत्पादों को तैयार करती है, जिसमें x और y प्रत्येक उत्पाद की उत्पादित यूनिटों को निरूपित करते हैं। प्रत्येक उत्पाद की यूनिटों की संख्या ज्ञात कीजिए जो लागत को न्यूनतम करेगी यदि कुल 54 यूनिटें तैयार होती हैं। लैगरेंज गुणक विधि का प्रयोग कीजिए।

Or (अथवा)

The price elasticity of demand for a commodity is given by the following:

$$e_p = \frac{3p}{(p-1)(p+2)}$$

Find the corresponding demand function if quantity demanded is 8 units when the price is Rs 2.

एक पण्य की माँग की कीमत लोच निम्नलिखित से पता चलती है:

$$e_p = \frac{3p}{(p-1)(p+2)}$$

अनुरूपी माँग फलन ज्ञात कीजिए यदि माँगी गई मात्रा 8 यूनिट है और कीमत 2 रु० है।

- (c) The demand and supply laws for a commodity are respectively $p_d = 18 - 2x - x^2$ and $p_s = 2x - 3$.

Find the consumer's surplus and producer's surplus at equilibrium price.

एक पण्य के लिए माँग और सप्लाई नियम क्रमशः ये हैं:

$$p_d = 18 - 2x - x^2 \text{ and } p_s = 2x - 3$$

सन्तुलन कीमत पर उपभोक्ता अधिशेष और उत्पादक अधिशेष ज्ञात कीजिए।

निम्नलिखित उत्पादन फलन के लिए तकनीकी स्थानापन्न और स्थानापन्न की लोच की सीमांत दर ज्ञात कीजिए:

$$Q = f(L, K) = \frac{LK}{L+K}$$

Or (अथवा)

The production function of a firm is given by $16Q = 65 - 2(x - 5)^2 - 5(y - 4)^2$, where x and y represent two different types of inputs and Q represents the quantity of output produced. If the unit prices of the inputs x and y are Rs 8 and Rs 4 respectively, while the unit price of the output Q is Rs 32, find the maximum profit of the firm.

एक फर्म का उत्पादन फलन इससे ज्ञात होता है : $16Q = 65 - 2(x - 5)^2 - 5(y - 4)^2$, जिसमें x और y दो भिन्न प्रकार के निवेशों का और Q उत्पादित उत्पाद की मात्रा को निरूपित करता है। यदि x और y निवेशों की यूनिट कीमतें क्रमशः 8 रु० और 4 रु० हैं और उत्पाद की यूनिट कीमत 32 रु० है, तो फर्म के अधिकतम लाभ को ज्ञात कीजिए। 5

- (b) A company produces two products at a total cost $C(x, y) = 18x^2 + 9y^2$ where x and y represent the units produced of each product. Find the number of units of each product that will minimise cost if there must be a total of 54 units produced. Use the method of Lagrange multiplier.

the net profit of each company (separately earned profit plus share in profits of other companies) by using matrix algebra.

नियंत्रक कंपनी H की दो सहायक कंपनियाँ S_1 और S_2 हैं। सहायक कंपनियों के पास भी H की शेयर पूँजी का एक हिस्सा है। समूह का प्रतिशत स्वामित्व नीचे दिया गया है:

शेयरों का स्वामी	शेयर प्रतिशतता कम्पनी में पूँजी		
	H	S_1	S_2
H	0	80	60
S_1	2	0	10
S_2	10	10	0
बाहर के शेयरधारी	88	10	30
योग	<u>100</u>	<u>100</u>	<u>100</u>

यदि H, S_1 और S_2 द्वारा पृथकतः अर्जित निवल लाभ क्रमशः 42,000 रु०, 52,000 रु० और 32,000 रु० है तो मैट्रिक्स बीजगणित का प्रयोग करके कंपनी का निवल लाभ (पृथकतः अर्जित लाभ और अन्य कंपनियों के लाभों में हिस्सा मिलाकर) ज्ञात कीजिए। 7

- (c) What do you understand by unbounded solution to a linear programming problem? How is it detected in solving an LPP graphically and by using simplex method?

रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के लिए अनाबंध हल से आप क्या समझते हैं? LPP के ग्राफीय रूप में हल करने में और सिम्प्लेक्स विधि का प्रयोग करके इसे कैसे पहचाना जाता है? 3

Or (अथवा)

What do you mean by unrestricted variable in linear programming? How do we deal with such variables in using simplex method?

रैखिक प्रोग्रामिंग में अप्रतिबंधित परिवर्ती से आप क्या समझते हैं? सिम्प्लेक्स विधि का प्रयोग करके आप ऐसे परिवर्तियों का इस्तेमाल कैसे करते हैं? 3

2. (a) Obtain dual of the following linear programming problem:

Maximize $Z = 10x_1 + 12x_2 - 8x_3$
subject to

$$\begin{aligned} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 &\leq 48 \\ 3x_1 + 7x_2 + 6x_3 &= 65 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या का द्वैध प्राप्त कीजिए:

अधिकतम कीजिए $Z = 10x_1 + 12x_2 - 8x_3$

इसके अधीन

$$\begin{aligned} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 &\leq 48 \\ 3x_1 + 7x_2 + 6x_3 &= 65 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

करती है तब वह कितने आइटम (x) प्रति सप्ताह बेचती है, वह संख्या इससे प्राप्त होती है:

$$x = 2000(1 - e^{-kA}), \text{ जिसमें } k = 0.001.$$

A का मूल्य ज्ञात कीजिए जो निवल लाभ को अधिकतम कर देगा। 5

(c) A firm requires 10,000 units of a material per annum. The cost of purchasing is Re 1 per unit, the cost of replenishment of stock of material is Rs 25 and the cost of storing material is 12.5 per cent per annum of the average rupee inventory. Find the optimum order size and the corresponding total cost, using calculus.

एक फर्म को प्रति वर्ष एक पदार्थ की 10,000 यूनिटें चाहिए। प्रति यूनिट क्रय लागत 1 रु० और पदार्थ के स्टॉक की पुनः पूर्ति की लागत 25 रु० है और पदार्थ के भंडारण की लागत औसत रुपये माल सूची की 12.5% प्रति वर्ष है। इष्टतम आदेश मात्रा और अनुरूपी कुल लागत, कैल्कुलस का प्रयोग करके, ज्ञात कीजिए।

Or (अथवा)

A firm's production function is $Q = f(L, K) = AL^\alpha K^\beta$. Under what conditions will it give increasing returns to scale and diminishing returns to inputs, if possible?

एक फर्म का उत्पादन फलन है $Q = f(L, K) = AL^\alpha K^\beta$. किन दशाओं में यह मापनी आधार पर वर्धमान प्रतिफल और आगतों पर, यदि संभव है, हासमान प्रतिफल देगा? 5

4. (a) Find the marginal rate of technical substitution and the elasticity of substitution for the following production function:

X_1 और X_2 पण्यों के लिए मांग फलन, X_1 और X_2 प्रत्येक की कीमतों का फलन है और इन्हें क्रमशः इस प्रकार दिया गया है:

$$x_1 = \frac{4}{p_1^2 p_2} \text{ और } x_2 = \frac{16}{p_1 p_2^2}$$

माँग की चार आंशिक लोचों को ज्ञात कीजिए और निर्धारित कीजिए कि X_1 और X_2 प्रतिस्पर्धात्मक हैं या पूरक। 5

(b) A company has, for x items produced, the total cost C and total revenue R given by the equations $C = 100 + 0.015x^2$ and $R = 3x$ respectively. Find how many items should be produced to maximise the profit. What is this profit?

एक कंपनी के उत्पादित x आइटमों के लिए, कुल लागत C और कुल राजस्व R क्रमशः इन समीकरणों द्वारा दिए जाते हैं:

$$C = 100 + 0.015x^2 \text{ और } R = 3x.$$

ज्ञात कीजिए कि कितने आइटम तैयार किए जाने चाहिए ताकि लाभ अधिकतम हो सके। यह लाभ कितना है?

Or (अथवा)

A company makes a profit of Rs 5 on each unit of its product it sells. If it spends an amount of Rs A per week on advertising, then the number of items per week it sells, x , is given by $x = 2000(1 - e^{-kA})$, where $k = 0.001$. Find the value of A that will maximise the net profit.

एक कंपनी अपने उत्पाद की प्रत्येक यूनिट को बेचने पर 5 रु० लाभ कमाती है। यदि वह A रु० प्रति सप्ताह विज्ञापन पर खर्च

Or (अथवा)

A carpenter has 90, 80 and 50 running feet respectively of teak, plywood and rosewood. The product A requires 2, 1 and 1 running feet while product B requires 1, 2 and 1 running feet respectively of teak, plywood and rosewood per unit. If product A sells for Rs 480 per unit and product B sells for Rs 400 per unit, the carpenter wants to know how many units of each of these products should be produced to derive maximum gross income out of this stock of wood? Formulate this problem as an LPP and obtain the answer by graphic method.

एक बढ़ई के पास टीक, प्लाइवुड और रोजवुड की क्रमशः 90, 80, और 50 रनिंग फुट हैं। उत्पाद A के लिए 2, 1 और रनिंग फुट की ज़रूरत होती है जबकि उत्पाद B के लिये टीक, प्लाइवुड और रोजवुड की प्रति यूनिट क्रमशः 1, 2 और 1 रनिंग फुट की आवश्यकता होती है। यदि उत्पाद A 480 रु० प्रति यूनिट और उत्पाद B 400 रु० प्रति यूनिट बिकता है तो बढ़ई जानना चाहता है कि लकड़ी के इस स्टॉक में से अधिकतम सकल आय व्युत्पन्न करने के लिए इनमें से प्रत्येक उत्पाद की कितनी यूनिटें तैयार की जानी चाहिए। इस समस्या का सूत्रण LPP के रूप में कीजिए और ग्राफीय विधि द्वारा उत्तर प्राप्त कीजिए। 5

(b) Given below is the simplex table for a maximization type of linear programming problem:

$C_j \rightarrow$	2	4	3	0	0	0	
Basis	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	Quantity
x_2	1/3	1	0	1/3	-1/3	0	20/3
x_3	5/6	0	1	-1/6	2/3	0	50/3
S_3	-5/3	0	0	-2/3	-1/3	1	80/3

नीचे रेखिक प्रोग्रामिंग समस्या की अधिकतमीकरण किस्म के लिए सिम्प्लेक्स तालिका दी गई है:

$C_j \rightarrow$	2	4	3	0	0	0	
आधार	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	मात्रा
x_2	1/3	1	0	1/3	-1/3	0	20/3
x_3	5/6	0	1	-1/6	2/3	0	50/3
S_3	-5/3	0	0	-2/3	-1/3	1	80/3

In this, x_1 , x_2 and x_3 represent the number of units to produce of the three products A, B and C respectively while S_1 , S_2 and S_3 represent the respective slack in three resources used.

इसमें x_1 , x_2 और x_3 यूनिटों की संख्या को निरूपित करते हैं जो क्रमशः तीन उत्पादों यथा A, B और C को बनाने के लिए ज़रूरी हैं और S_1 , S_2 और S_3 प्रयुक्त तीन संसाधनों में उनकी कमी को निरूपित करते हैं।

Answer with reasons the following questions in relation to the solution in this table:

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर इस तालिका में दिए गए हल के संबंध में दीजिए:

3. (a) The total revenue received from the sale of x units of a product is given by:

$$R = 200 + \frac{x^2}{5}$$

Find:

- The average revenue
- The marginal revenue
- The actual revenue from the sale of 26th unit.

एक उत्पाद की x यूनिटों की बिक्री से प्राप्त कुल राजस्व इससे पता चलता है:

$$R = 200 + \frac{x^2}{5}$$

ज्ञात कीजिए:

- औसत राजस्व
- सीमांत राजस्व
- 26^{वीं} यूनिट की बिक्री से वास्तविक राजस्व।

Or (अथवा)

The demand function for commodities X_1 and X_2 are each a function of the prices of X_1 and X_2 and are given respectively by

$$x_1 = \frac{4}{P_1 P_2} \text{ and } x_2 = \frac{16}{P_1 P_2^2}$$

Find the four partial elasticities of demand and determine whether X_1 and X_2 are competitive or complementary.

Or (अथवा)

Given the following linear programming problem:

Minimize $Z = 96x_1 + 40x_2 + 60x_3$

subject to:

$$6x_1 + 2x_2 + 5x_3 \geq 2$$

$$8x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 5$$

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या दी गई है:

न्यूनतमीकरण $Z = 96x_1 + 40x_2 + 60x_3$

इसके अधीन:

$$6x_1 + 2x_2 + 5x_3 \geq 2$$

$$8x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 5$$

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(i) Write the dual to this problem.

इस समस्या का द्वैध लिखिए।

(ii) Solve the dual problem.

द्वैध समस्या को हल कीजिए।

(iii) Obtain the optimal solution to the primal problem.

प्राइमल समस्या का इष्टतम हल प्राप्त कीजिए।

(iv) Show that the optimal solutions to primal and dual

problems have same objective function value.

प्रदर्शित कीजिए कि प्राइमल और द्वैध समस्याओं के इष्टतम

हल का समान उद्देश्य कार्य मूल्य होता है।

10

- (i) Is the above solution feasible?
क्या उपर्युक्त हल संभव है?
- (ii) Is the above solution optimal?
क्या उपर्युक्त हल इष्टतम है?
- (iii) Is the above solution unbounded?
क्या उपर्युक्त हल अबंधित है?
- (iv) Is the above solution degenerate?
क्या उपर्युक्त हल हासमान है?
- (v) Does the problem have multiple optimal solutions?
If yes, give an alternate optimal solution.
क्या समस्या के कई इष्टतम हल हैं? यदि हाँ तो वैकल्पिक इष्टतम हल बताइए।
- (vi) What are the shadow prices of the three resources?
इन तीन संसाधनों की कल्पित कीमतें क्या हैं?
- (vii) Which of the products is not being produced and why?
किस उत्पाद का उत्पादन नहीं किया जा रहा है और क्यों?
- (viii) What is the objective function of this problem?
इस समस्या का उद्देश्य कार्य क्या है?
- (ix) What are the optimal values of the dual variables?
द्वैध परिवर्तियों के इष्टतम मूल्य क्या हैं?